طراحی المانهای فیلتر با استفاده از الگوریتم ژنتیک

محمدحسین رضوانی[۱]

امین شیخ نجدی [۲]

[۱]فارغ‌التحصیل دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول، mhr.rezvani@gmail.com
[۲] استاد دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول، najdi@iaud.ac.ir

چکیده: در این مقاله سعی شده تا با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهترین المانها را برای یک فیلتر اکتیو و یا پسیو پیدا کنیم.در واقع مامی توانیم با داشتن خروجی یک شبکه الکتریکی و استفاده از معادلات حاکم بر آن شبکه الکتریکی المانهای مجهول در آن را با استفاده از این سیستم بدست آوریم. در این مقاله که ما بطور خاص بر روی یک فیلتر میانگذر بحث شده تابع هزینه را به صورت ترکیبی از فرکانس مرکزی ، پهنای باند و بهره فیلتر در نظر گرفته ایم. همچنین برای اینکه تمام مقادیر دلخواه با دقت مناسب بدست آیند موارد فوق را به صورت نرمالیزه در تابع هزینه لحاظ کرده ایم. خصوصیت مهم روش فوق این است که حجم محاسبات تحلیلی ریاضی که توسط کاربرانجام می شود را فوق العاده کم کرده و فقط محاسبه تابع تبدیل مورد نیاز است همچنین احتمال خطا در محاسبات دستی را نیز کاهش می دهد .

کلید واژه‌ها: *الگوریتم ژنتیک، نسل، تابع هزینه ، نرمالیزه، جهش*

۱. مقدمه

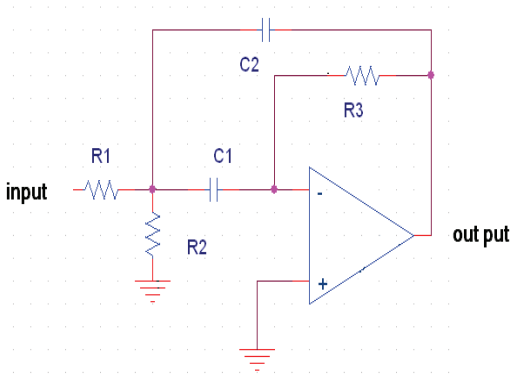
امروزه کاربردهای هوش محاسباتی در زمینه های مختلف گسترش یافته و نمونه های جدید با الگو برداری از طبیعت پیرامون جایگزین روشهای قبلی میشود. هر کدام از این روش ها به نوعی از حجم محاسبات ریاضی کم کرده و سرعت دست یابی به پاسخ مطلوب و دقیق تر را افزایش میدهد. الگوریتم ژنتیک که با الگو بر داری از اصل وراثت بنیان گذاری شده و با تکیه برجهش (mutation)و تزویج (crossover) که ماده خام تغییر و تکامل در نسل های موجودات بوده یکی از قوی ترین ابزار برای حل مسائل ریاضی پیچیده می بلشد . ما دراین مقاله سعی داریم از این روش برای طراحی فیلتر های مختلف استفاده کنیم.

۲. روش تعیین المان‌ها

ابتدا تابع تبدیل یک فیلتر فعال میانگذر مرتبه ۲ را طبق معادله(۱) در نظر میگیریم:

$$H(s)=\frac{-\frac{H_p}{Q}\frac{s}{\omega_0}}{1+\frac{1}{Q}\frac{s}{\omega_0}+\frac{s^2}{\omega_0^2}} \quad (1)$$

که Hp بهره فیلتر در فرکانس مرکزی، Q ضریب کیفیت فیلتر و ω_0 فرکانس مرکزی فیلتر بر حسب رادیان بر ثانیه میباشد. اگر از مدار شکل (۱) استفاده شود.



شکل ۱: مدار یک فیلتر میانگذر

با توجه به تابع تبدیل مدار فوق و معادله(۱) مقادیر فرکانس مرکزی بر حسب هرتز(f_0)، پهنای باند (Bw) بر حسب هرتز و بهره (Hp) به ترتیب از معادلات (۲) و (۳) و (۴) بدست می آیند:

$$f_0 = (\frac{1}{2\pi})\sqrt{\frac{R1+R2}{R1R2R3C1C2}} \quad (۲)$$

$$Bw = (\frac{1}{2\pi})\frac{C1+C2}{R3C1C2} \quad (۳)$$

$$Hp = \frac{R3C1}{R1(C1+C2)} \quad (۴)$$

در اینجا ۵ پارامتر مجهول و سه معادله وجود دارد که پیدا کردن مجهولات را دشوار میکند. ما در این مقاله با استفاده از یک تابع که آن را Gaf می نامیم می خواهیم در نرم افزار مطلب به کمک الگوریتم ژنتیک این مشکل را حل کنیم. برای نوشتن Gaf تابعی تعریف میکنیم که ورودی آن ۵ پارامتر مجهول (مقاومت ها و خازن ها) می باشند خرو جی Gaf تابع هزینه می باشد.در واقع تابع هزینه, مقدار خطای مقادیر مطلوب از مقادیر هر نسل الگوریتم ژنتیک می باشد برای تعریف تابع هزینه گزینه های متفاوتی در اختیار داریم. یکی از حالت ها این است که مقدار خطا را مجموع قدر مطلق تفاضلات مقادیر مطلوب و مقادیری که الگوریتم ژنتیک در هر نسل به ما می دهد در نظر گیریم. به عنوان مثال اگر فرکانس مرکزی مطلوب ۱۰ کیلوهرتز، پهنای باند ۴ کیلوهرتز و بهره ۲ باشد تابع هزینه به شکل معادله (۵) خواهد بود:

$$Cost = |10000 - f_0| + |Bw - 4000| + |Hp - 2| \quad (۵)$$

حالت دوم این است که مقدار خطا را مجموع توان دوم های تفاضلات مقادیر مطلوب و مقادیری که الگوریتم ژنتیک در هر نسل به ما می دهد در نظر گیریم. برای مقادیر مثال فوق تابع هزینه به شکل معادله (۶) زیرخواهد بود:

$$Cost = (10000 - f_0)^2 + (4000 - Bw)^2 + (Hp - 2)^2 \quad (۶)$$

تفاوت دو حالت فوق در این موضوع می باشد که مقدار خطای حالت دوم برای هر نسل چندین برابر مقدار خطای حالت اول می باشد. اما مشکل اصلی دو حالت فوق این است که تاثیر پارامترهای مختلف به صورت یکسان در تابع هزینه لحاظ نشده است برای مثال اگر الگوریتم را با تابع هزینه فوق اجرا کنیم مقادیر فرکانس مرکزی و پهنای باند و بهره به صورت زیربدست می آید:

$$f_0 = 1.0033e{+}004$$
$$Bw = 7.9631e{+}003$$
$$Hp = 14.1327$$

همانطور که مشاهده می کنیم مقدار فرکانس مرکزی چون عدد بزرگتری نسبت به دو پارامتر دیگر است با دقت قابل قبولی بدست آمده اما هر چه مقدار پارامتر کوچکتر می شود دقت جواب آن نیز کاهش می یابد مثلا چون بهره مطلوب عددی کوچک در مقابل فرکانس بوده , جوابی که برای آن بدست آمده به هیچ وجه مناسب نیست

برای رفع این مشکل ترم های تابع هزینه را باید نرمالیزه کنیم یعنی کاری کنیم که محدوده خطای هر ترم بین ۰ و۱ قرار گیرد. مثلا برای حالت اول تابع هزینه را به شکل معادله (۷) تغییر می دهیم:

$$Cost = \left|\frac{10000 - f_0}{10000}\right| + \left|\frac{4000 - Bw}{4000}\right| + \left|\frac{Hp - 2}{2}\right| \quad (۷)$$

با تابع هزینه فوق اگر الگوریتم ژنتیک را در حالتی اجرا کنیم که جمعیت اولیه را برابر ۱۰۰۰۰ و مقدار CrossOver را در حالت Intermediate و همچنین مقیاس جهش را به مقدار ۸,۲ قرار

دهیم و تعداد نسلها را ۴۰۰۰ در نظر بگیریم و اجرا کنیم مقادیر زیر بدست می آیند:

R1=0.3751 R2=0.0027 R3=0.7423 C1=0.0023
C2= 0.000054978

مقادیر فرکانس مرکزی و پهنای باند و بهره به صورت زیر است:

$f_0 = 1.0033e+004$

$Bw = 3.9931e+003$،

$Hp = 1.9327$

همانطور که مشاهده میشود مقادیر فرکانس و گین و پهنای باند با دقت بسیار خوبی بدست امده اند،اما ضعف اصلی منطقی نبودن مقادیر مقاومت و خازن ها می باشد. برای رفع این مشکل می توان در صورتیکه از مطلب های نسخه 2600a استفاده می کنیم ، میتوانیم در قسمت Constrain برای هر کدام از پارامتر های مقاومت و خازن محدوده مشخص کنیم..مثلا مقاومت ها بزرگتر از ۱۰ اهم باشند و خازنها کوچکتر از ۰,۱ میکرو فاراد باشند. این یک پیشنهاد مناسب است اما باید در نظر داشت که مقادیر بدست آمده برای مقاومت ها را میتوان با استفاده از مقاومت متغیرپیاده سازی کرد اما استفاده از خازن متغیر برای طراحی یک فیلتر به هیچ وجه منطقی نیست علاوه بر این حجم مدار با المانهای متغیر زیاد میشود. برای رفع این مشکل بهتر است از روشی استفاده کنیم که مقادیر مقاومت و خازن را به گونه ای محاسبه کند که با مقاومت های استاندارد و خازنهای استاندارد که به سادگی در دسترس ما می باشد قابل ساختن باشد.

بدین منظور دو تابع Rselect (شکل۲)و Cselect (شکل۳) را معرفی می کنیم. عملکرد دو تابع فوق بدین صورت است که ورودی آنها هر عددی باشد ، نزدیک ترین مقدار استاندارد را در خروجی به ما خواهد داد. توابع Rselect و Cselectهرکدام به ترتیب نزدیکترین مقدار استاندارد مقاومت و خازن را به تابع Gaf باز میگردانند، در واقع وظیفه این دو تابع پیدا کردن مقادیر استاندارد مقاومت و خازن در هر نسل می باشد.

شکل برنامه Rselect و Cselect به صورت زیر می باشد:

```
function z=rselect(r);
ar1=[100 120 150 180 220 270 330 390 470 560 680];
rarray=[ar1 820 ar1.*10 8200 ar1.*100 82000 ar1.*1000
    820000 ar1.*10000 10000000 15000000 22000000];
[k m]=min(abs(rarray-r));
z=rarray(m);
end
```

شکل ۲:برنامه تعیین مقاومت استاندارد(rselect)

```
function z=cselect(c);
ar1=1.0e-12.*[5 10 12 15 18 20 22 24 27 30 33 36 39 43 47];
ar2=1.0e-12.*[50 51 56 62 68 75 82 91 100 110 120 130 150
    160 180 200 220 240 250 270 300 330 360 390 430 470];
ar3=1.0e-009.*[5 5.1 5.6 6 6.2 6.8 7.5 8 8.2 9.1 10 12 15
    18 20 27 30 33 39 40 47];
ar4=1.0e-009.*[50 56 60 68 82 100];
carray=[ar1 ar2 ar3 ar4];
[k m]=min(abs(carray-c));
z=carray(m);
end
```

شکل ۳:برنامه تعیین خازن استاندارد(cselect)

حال برای اثر دادن مقادیر استاندارد در Gaf دو روش متفاوت میتوان در پیش گرفت. روش اول این است که در ابتدای تابع Gaf اول ۵ مقدار مجهول را استاندارد کنیم و سپس مقادیر استاندارد را در تابع هزینه اثر دهیم. تکه برنامه شکل ۴ این روش را برای ما پیاده سازی میکند:

```
function Cost=Gaf(p)
r1=Rselect(p(1));
r2=Rselect(p(2));
r3=Rselect(p(3));
c1=Cselect(p(4));
c2=Cselect(p(5));
fc=(1/(2*pi))*((r1+r2)/(c1*c2*r1*r2*r3))^.5;
bw=(1/(2*pi))*((c1+c2)/(r3*c1*c2));
hp=(r3*c1)/(r1*(c1+c2));
cost=abs((4000-bw)/4000)+abs((2-hp)/2)+abs((10000-fc)/10000);
end
```

شکل ۴: برنامه تابع Gaf در حالت اول

تابع شکل ۴ تابع Gaf می‌باشد که ورودی آن ۵ پارامتر مجهول مقاومت و خازن می‌باشد. همانطور که مشاهده می‌کنید

پارامترهای محهول ابتدا توسط توابع Rselect و Cselect به مقادیر استاندارد تبدیل شده و سپس به وسیله مقادیر استاندارد بهره، فرکانس مرکزی و پهنای باند در هر نسل بدست می آید و سپس مقادیر بدست آمده در تابع هزینه لحاظ میشود. روش دوم این است که پارامترهای مجهول را در ابتدا استاندارد نکنیم و مقادیر استاندارد را به صورت مستقیم در تابع هزینه لحاظ کنیم، در نتیجه Gaf به صورت شکل ۴ تغییر میکند.

در تابع شکل ۵ ماتریس p ورودی Gaf میباشد که درایه های آن به ترتیب در مقاومت ها و خازن ها قرار گرفته اند. با استفاده از این مقادیر در هر نسل فرکانس مرکزی طبق فرمول معادله (۲)، پهنای باند طبق معادله (۳) و بهره طبق معادله(۴) بدست آمده .مقادیر فوق را پس از نرمالیزه کردن طبق معادله(۷) در متغیر cost1 قرار میدهیم، همچنین برای استاندارد کردن پارامترهای ورودی مطابق تکه برنامه فوق قدر مطلق تفاضل مقدار مقاومت ها را از مقادیر استاندارد همچنین قدر مطلق تفاضل مقدار خازن ها را از مقادیر استاندارد بدست آورده و در متغیر cost2 و cost3 ذخیره می کنیم. همچنین برای نرمالیزه کردن مقادیر خطای مقاومت ها وخازن ها ، تفاضل هرکدام را بر مقادیر استانداردشان تقسیم می کنیم. حال تابع هزینه ای که برای Gaf در نظر میگیریم را به صورت مجموع ۳ متغیر cost1 ، cost2 و cost3 در نظر گرفته ایم.حال اگر الگوریتم ژنتیک را با تنظیماتی که قبلا گفته شد اجرا کنیم مقادیر زیر برای مقاومت ها و خازن ها بدست می آید .

$$R3 = 2245.49\Omega \quad R2 = 220\Omega \quad R1 = 100\Omega$$

C1=20n C2=82.05n

با استفاده از مقادیر مقاومت و خازن بدست آمده مقادیر فرکانس مرکزی، پهنای باند و بهره به فرم زیر بدست می آیند.

$$f_0 = 1.000000445360270e+004$$

$$Bw = 4.408352068943938e+003$$

$$Hp = 1.999999905739 9$$

همانطور که مشاهده می شود هر سه پارامتر پهنای باند، بهره و فرکانس مرکزی با دقت مطلوبی بدست آمده اند. همچنین مقادیر مقادیر مقاومت و خازن استاندارد می باشند. تا اینجا ما یک سیستم کامل در اختیار داریم یک پیشنهاد مناسب برای کارا تر نمودن این برنامه این است که تغیری در برنامه بوجود آوریم که پس از اجرا کردن برنامه و بدست آوردن مقادیر دلخواه بتوانیم فرکانس ویا پهنای باند و یا دیگر ترم های برنامه را بصورت دستی تغیر دهیم برای نمونه می خواهیم تابع Gaf را بگونه ای تغیر دهیم که در پایان بتوان فرکانس را بصورت دستی تغیر داد .

همانطور که مشاهده می کنید مقاومت R2 فقط در فرکانس مر کزی تاثیر دارد حال ما R2 را از بین مقاومت های استاندارد خارج میکنیم و اجازه می دهیم که مقدار R2 بصورت غیر استاندارد بدست آید در پایان بجای R2 یک مقاومت متغییر قرار می دهیم حال می توان دید که با تغیر این مقاومت فرکانس قابل تغیر است .

۳. نتیجه گیری

عملکرد سیستم فوق نشان می دهد که الگوریتم ژنتیک قادر است مقادیر المانهای هر نوع فیلتری اعم از میان گذر , بالا گذر و یا پایین گذر را با هرنوع پیچیدگی با دقت مناسب تخمین بزند در واقع اگر موضوع را بصورت کلی بررسی کنیم خواهیم دید که مدار مورد نظر می تواند فراتر از یک فیلتر باشد و پارامتر های خروجی مطلوب نیز می تواند هر کدام از ویژگی های مدار مثل توان خروجی , فرکانس تشدید و یا غیره باشد. موضوع مهم پیدا کردن مناسب ترین تابع هزینه برای خروجی مطلوب است که این تابع هزینه بسته به توپولوژی مسئله تغیر می کند .محاسبات فوق نشان می دهد که استفاده از الگوریتم ژنتیک در محاسباتی که مجهولات بیش از معادلات معلوم می باشد بسیار کارآمد است.

```
function Cost=Gaf(p)
r1=p(1);
r2=p(2);
r3=p(3);
c1=p(4);
c2=p(5);
fc=(1/(2*pi))*((r1+r2)/(c1*c2*r1*r2*r3))^.5;
bw=(1/(2*pi))*((c1+c2)/(r3*c1*c2));
hp=(r3*c1)/(r1*(c1+c2));
cost1=abs((4000-bw)/4000)+abs((2-hp)/2)+abs((10000-fc)/10000);
cost2=abs(r1-Rselect(r1))/Rselect(r1))+(abs(r2-Rselect(r2))/Rselect(r2))
+(abs(r3-rselect(r3))/Rselect(r3));
cost3=abs((c1-Cselect(c1))/Cselect(c1))+abs((c2-Cselect(c2))/Cselect(c2));
Cost=cost1+cost2+cost3;
end
```

شکل ۵: برنامه تابع Gaf در حالت دوم

۴. مراجع

[1] Randy L. Haupt and Sue Ellen, Haupt ,“PRACTICALGENETIC ALGORITHMS “ , JOHN WILEY & SONS, INC., PUBLICATION,2004

[2] Oliver nelles,”Nonlinear System identification”, springer-verlag berlin Heidelberg New York 2001

|۳| رسول دلیرروی فرد،"فیلتر و سنتز مدار"،انتشارات جهاد دانشگاهی دانشگاه صنعتی امیر کبیر ،۱۳۸۲