راهکار دوفازی برای تولید توابع عضویت

نویسنده: ملیحه نیک‌سیرت – niksirat@aut.ac.ir

چکیده: یکی از چالش‌های مهم در محیط‌های فازی تولید توابع عضویت مناسب برای پارامترهای فازی است. در این مقاله برای تولید توابع عضویت فازی یک ایده دوفازی پیشنهادشده است. در فاز اول محمل عدد فازی با استفاده از حل یک مسئله افراز بندی فازی به دست می‌آید. مسئله افراز بندی فازی به‌صورت یک مسئله بیشینه‌سازی آنتروپی بیان‌شده است. برای حل این مسئله از الگوریتم سرد و گرم کردن فلزات (SA) استفاده‌شده است. در فاز دوم شکل تابع عضویت فازی برای هر افراز به دست می‌آید. نتایج محاسباتی برای انتخاب پارامترهای مناسب الگوریتم SA تشریح شده است. همچنین ایده پیشنهادی برای تشکیل تابع عضویت فازی سرعت برای خطوط 1، 4 و 7 تندرو تهران بر روی‌داده‌های جمع‌آوری‌شده توسط دوربین‌های کنترل سرعت اجراشده است.

کلیدواژه: توابع عضویت فازی، آنتروپی، الگوریتم سرد و گرم کردن فلزات، اعداد فازی مثلثی.

1- مقدمه

یکی از چالش‌های مهم در محیط‌های فازی تولید توابع عضویت مناسب برای پارامترهای فازی است. اگر چه در ادبیات موجود تلاش‌های زیادی برای تولید توابع عضویت انجام و راهکارهای زیادی ارائه شده است، محققین اتفاق نظر دارند که تولید بهینه توابع عضویت فازی باید با توجه به ویژگی‌های مسئله مورد بررسی انجام گیرد.

در این مقاله، برای تولید توابع عضویت فازی یک ایده دوفازی پیشنهاد شده است. در فاز اول محمل[1] عدد فازی با استفاده از حل یک مسئله افراز بندی فازی[2] بدست می‌آید. مسئله افراز بندی فازی به صورت یک مسئله بیشینه سازی آنتروپی بیان شده است (اساس این مدل سازی از مرجع [1] گرفته شده است. برای حل این مسئله از الگوریتم سرد و گرم کردن فلزات[3] (SA) استفاده شده است[2][2].

انواع مختلفی از اعداد فازی مانند فازی مثلثی، فازی دوزنقه‌ای، فازی S-شکل و ... ارائه شده است. با این حال روش خاصی برای انتخاب یک نوع خاص از اعداد فازی برای کاربردهای مشخص ارائه نشده است[3][3]. دلیل این موضوع این است که هیچ ارتباط منطقی بین شکل عدد فازی و اطلاعات محیطی سیستم فازی وجود ندارد. بنابراین شکل عدد فازی معمولا با دانش خبرگی انتخاب می‌شود.

در مرور کاملی روی روش های تخمین توابع عضویت فازی در مسائل شناسایی الگو انجام شده است[4]. همچنین در سال ۲۰۱۴ یک روش تولید اعداد فازی برای بهینه سازی سیستم های منطق فازی ارائه شده است[5]. در [6] مشکلات تخمین پارامترهای فازی برای کاربردهای واقعی بیان شده است و روشی برای تولید اعداد فازی نوع اول و نوع دوم ارائه شده است. همانطور که از مراجع مشخص است مسئله تولید اعداد فازی وابستگی زیادی به کاربردی که قرار است برای آن منظر استفاده شود دارد [7] و بنابراین ایجاد یک روش واحد برای تولید اعداد فازی بسیار سخت است. همچنین برای تولید اعداد فازی نیاز به داده اجتناب ناپذیر است[8].

ساختار مقاله به صورت زیر تدوین شده است. در بخش دوم ایده دوفازی پیشنهادی مقاله برای تولید اعداد فازی و الگوریتم SA بیان شده است. بخش سوم نتایج محاسباتی مقاله را برای انتخاب پارامترهای بهینه برای الگوریتم SA و همچنین تولید توابع عضویت پارامتر سرعت برای خطوط تندروی تهران را ارائه می کند. در نهایت در بخش آخر جمع بندی مقاله و راهکارهای آتی بیان شده است.

2-تولید توابع عضویت فازی

در این بخش ایده پیشنهادی مقاله برای تولید توابع عضویت فازی ارائه شده است. در ابتدا مسئله تخمین محمل عدد فازی را به صورت یک مسئله بیشینه سازی آنتروپی فرمول بندی می کنیم.

انتخاب محمل مناسب برای تولید اعداد فازی از داده‌های گردآوری شده در درجه اول اهمیت می‌باشد. در واقع محمل یک عدد فازی دامنه‌ای است که عدد فازی در آن تعریف می‌شود. در این صورت عدد فازی نگاشتی از محمل به بازه $[0,1]$ است که به هر عضو از محمل عددی بین صفر و یک را تخصیص می‌دهد.

فرض کنید $GD=\{r_1,r_2,...,r_n\}$ داده‌های تخمینی به ترتیب صعودی باشد. افراز فازی GD به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$GD^i=\{r_1^i,r_2^i...,r_{j_i}^i\}=\left[r_L^i,r_R^i\right],$$
$$GD=\bigcup_{i=1}^{m}GD^i,$$
$$GD^i\cap GD^{i+1}\neq\varnothing,i=1,...,m.$$

با توجه به افراز فازی ارائه شده، مسئله پیدا کردن مقادیر پارامترهای $\{r_L^i,r_R^i\mid i=1,...,m\}$ است که مقدار اطلاعات بدست آمده از هر اتفاق فازی را بیشینه کند. بنابراین آنتروپی کل افراز GD باید بیشینه شود. در ادامه مسئله افراز بندی فازی به صورت یک مسئله بهینه سازی کلاسیک که تابع هدف آن بیشینه سازی آنتروپی است مدل سازی شده است.

$$\max \quad E(r)=\sum_{i=1,...,m}H(i)-\sum_{i=1,..,m-1}I(i,i+1)$$
$$s.t.$$
$$r_L^i\le r_L^{i+1},\qquad \forall i=1,...,m-1,$$
$$r_R^i\le r_R^{i+1},\qquad \forall i=2,...,m,$$
$$r_L^i\le r_R^i,\qquad \forall i=1,...,m,$$
$$r_L^1=r_1,r_R^m=r_n$$
$$r_L^i,r_R^i\in GD,\qquad \forall i=1,...,m.$$

در این مدل $H(i)$ آنتروپی افراز i-ام است. تابع هدف همچنین وابستگی افرازهای i و $i+1$ را به وسیله اطلاعات شرطی متقابل[4] $I(i,i+1)$ کمینه می‌کند. افرازهای بهینه با بکاربردن الگوریتم SA بر روی مسئله بالا بدست می‌آید. گام‌های الگوریتم SA به صورت زیر است:

1- یک جواب اولیه r_0 از مسئله را در نظر بگیرید.

2- پارامتر دما T را برابر یک مقدار بزرگ قرار دهید.

3- تغییر کوچکی در جواب مسئله ایجاد کنید. جواب جدید در تکرار t-ام الگوریتم با r_t نشان داده می شود.

4- میزان تغییر در آنتروپی کل $\Delta E(r)$ را محاسبه کنید.

5- اگر آنتروپی کل $E(r)$ افزایش پیدا کرده است جواب جدید r_t پذیرفته شده و جایگزین جواب قبلی می شود. در غیر این صورت جواب جدید با احتمال $P(\Delta E)=\exp(\frac{\Delta E}{T})$ پذیرفته می‌شود. برای این منظور یک عدد تصادفی N_t با توزیع نرمال بین صفر و یک انتخاب کنید. جواب جدید در صورتی پذیرفته می‌شود که $P(\Delta E)\ge N_t$.

6- مراحل 3 تا 5 را تا زمانیکه میزان تغییر در آنتروپی ناچیز باشد تکرار کنید.

7- پارامتر T را بر اساس تابع کاهش دما آپدیت کرده و مراحل 3 تا 6 را تکرار کنید.

با توجه به مسئله افرازبندی فازی، هر جواب r شامل $2m$ متغیر است که بایستی به صورت بهینه توسط الگوریتم SA انتخاب شود.

تابع کاهش دما نقش مهمی در همگرایی الگوریتم SA دارد. در ادبیات موجود برای این منظور توابع متفاوتی پیشنهاد شده است که در ادامه به آن اشاره می‌کنیم:

- جمان و جمان [9] تابع کاهش دمای زیر را پیشنهاد دادند:

$$T_1(r)=\frac{T_0}{\log(t+1)}$$

که در آن T_0 دمای اولیه و t تعداد تکرارها می‌باشد.

- جلالی و بویز [10][10] تابعی به صورت زیر پیشنهاد دادند که بسیار مشابه T_1 است، با این تفاوت که در تکرارهای بالاتر میزان دما سریعتر کاهش می‌یابد.

$$T_2(t)=\frac{T_0}{\log(t+1)^3}$$

- کیپاتریک و همکارانش [11] تابع زیر را پیشنهاد دادند که در آن β ثابتی بین 0.8 و 0.99 است.

$$T_3(t)=\beta^tT_0$$

- لین و همکارانش [12] تابعی به شکل زیر را برای کاهش دما ارائه دادند.

$$T_4(t)=\frac{1}{\rho+1}\left[\rho+\tanh(\beta)^t\right]T_{t-1}$$

در این تابع $\beta\in[0.8,0.99]$ و $\rho=4$.

www.kahrobaonline.ir

- همچنین در این مقاله دو تابع T_5 و T_6 به شکل زیر برای کاهش دما پیشنهاد شده است.

$$T_5(t)=\frac{1}{\rho+1}\left[\rho+\frac{1}{1+\tanh(\beta)^t}\right]T_{t-1}$$

$$T_6(t)=\frac{1}{\rho+1}\left[\rho+\frac{1}{E(r_t)}\right]T_{t-1}$$

پارامترهای ρ و β در توابع T_5 و T_6 مشابه پارامترهای مربوطه در تابع T_4 انتخاب می‌شوند. در تابع T_6، $E(r_t)$ میزان آنتروپی کل به ازای جواب تولید شده در تکرار t–ام الگوریتم است. ذکر این نکته مهم است که در تابع T_6 میزان کاهش دما متناسب با میزان بهبود در آنتروپی کل است. لذا در تکرارهایی که میزان آنتروپی افزایش بیشتری دارد دما بیشتر کاهش می‌یابد. بدین ترتیب یک روند بهبودزا برای بروز رسانی پارامتر T در تابع T_6 پیشنهاد شده است.

در فاز دوم شکل تابع عضویت فازی برای هر افراز بدست می‌آید. بررسی ادبیات موجود نشان می‌دهد که بهترین شکل تابع عضویت در مسائل کاربردی که به فرم یک مسئله برنامه ریزی ریاضی فازی مدل سازی می‌شوند، توابع عضویت خطی مانند مثلثی یا ذوزنقه‌ای هستند[13]. مهمترین مزیت توابع عضویت خطی، تولید مدل‌های خطی و راهکارهای کارا و ساده برای حل مسائل کاربردی است. بنابراین فرض می‌کنیم که اعداد فازی ذوزنقه‌ای هستند. از اینرو کافیست هسته[5] عدد فازی در هر افراز مشخص شود. هسته عدد فازی یا به عبارت دیگر محتمل ترین مقادیر برای متغیر زبانی را می توان با توجه به نظر خبرگان انتخاب کرد.

3- نتایج محاسباتی

در این بخش نتایج محاسباتی مقاله برای انتخاب بهینه پارامترهای الگوریتم SA و تولید توابع عضویت فازی ارائه می شود. در ابتدا مقدار مناسب پارامترها انتخاب شده است و سپس ایده پیشنهادی با مقادیر مناسب پارامترها برای تولید توابع عضویت سرعت در خطوط ۱، ۴ و ۷ تندروی تهران بکار رفته است.

برای بررسی اثر تابع کاهش دما در همگرایی الگوریتم SA، نتایج جدول 1 و جدول 2 را مشاهده کنید. جدول 1 تعداد تکرارها و جدول 2 زمان اجرای الگوریتم SA را برای هر تابع کاهش دما نشان می‌دهد.

جدول 1: تعداد تکرارهای الگوریتم SA با بکارگیری توابع کاهش دمای متفاوت

تابع کاهش دما	دمای اولیه			
	10	50	250	450
T_1	∞	∞	∞	∞
T_2	103	2798	∞	∞
T_3	64	86	108	116
T_4	24	31	38	46
T_5	24	31	38	46
T_6	23	31	37	44

جدول 2: زمان اجرای الگوریتم SA بر حسب ثانیه با بکارگیری توابع متفاوت کاهش دما

تابع کاهش دما	دمای اولیه			
	10	50	250	450
T_1	∞	∞	∞	∞
T_2	5.44	119.44	∞	∞
T_3	3.81	4.21	5.12	5.38
T_4	2.39	2.53	2.77	3.06
T_5	2.08	2.29	2.74	2.95
T_6	1.91	2.09	2.12	2.91

بر اساس **Error! Reference source not found.**، روند همگرایی الگوریتم SA با تابع کاهش دمای T_1 بسیار کند است. روند همگرایی الگوریتم با تابع T_2 در مقایسه با T_1 بهبود پیدا کرده است. با این وجود، روند همگرایی الگوریتم با تابع کاهش دمای T_2 به انتخاب دمای اولیه حساس است. در حالیکه با بکارگیری توابع T_3، T_4، T_5 و T_6 حساسیت الگوریتم به انتخاب دمای اولیه کاهش می‌یابد. در نهایت تعداد تکرارها و زمان همگرایی الگوریتم با بکارگیری تابع T_6 کمترین مقدار است که البته رفتار توابع T_5 و T_6 تقریباً مشابه است. بنابراین برای حل مسئله افراز بندی فازی با الگوریتم SA تابع کاهش دمای T_5 یا T_6 انتخاب می‌شود. در ادامه روش پیشنهادی برای تولید توابع عضویت پارامتر سرعت در خطوط تندوری تهران بکار رفته است. در حال حاضر حدود 50 درصد از تقاضای حمل نقلی تهران

www.kahrobaonline.ir

توسط شبکه خطوط BRT انجام می‌گیرد. مجموع طول این خطوط برابر 167 کیلومتر و شامل 10 خط فعال است. **شکل 1** شبکه BRT تهران را نشان می‌دهد. در این بخش الگوریتم پیشنهادی را برای تولید توابع عضویت پارامتر سرعت برای خطوط 1، 4 و 7 بکار برده‌ایم. اطلاعات مربوط به این خطوط در **جدول 3** آمده است.

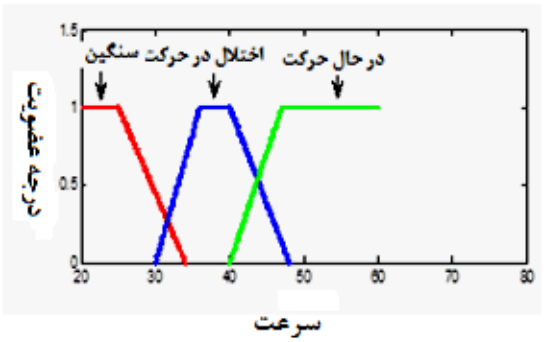


شکل 1: شبکه خطوط BRT تهران

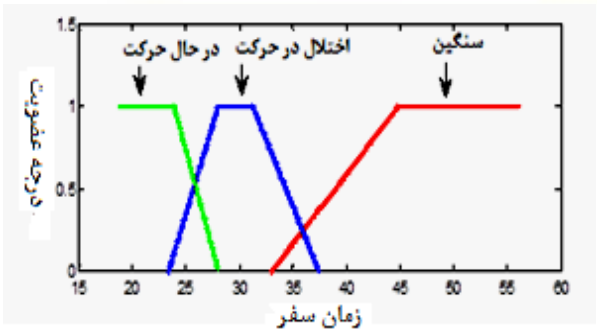
ایده پیشنهادی برای تشکیل تابع عضویت فازی سرعت بر روی داده‌های جمع آوری شده توسط دوربین‌های کنترل سرعت اجرا شده است. با در نظر گرفتن طول خطوط، توابع عضویت فازی سرعت در شکل 2 و زمان سفر برای خطوط 1، 4 و 7 تندرو تهران به ترتیب در شکل 3، شکل 4 و شکل 5 آمده است.

جدول **3**: اطلاعات خطوط شبکه **BRT** تهران

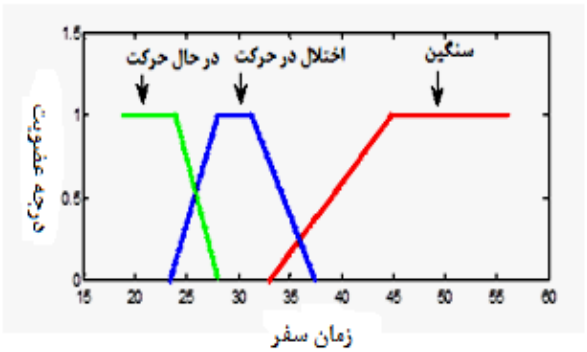
شماره خط	طول خط	تعداد سفرهای روزانه	هزینه بکارگیری یک اتوبوس	ظرفیت پایانه
1	18.7	248	466 USD	265
4	21.5	2.2	420 USD	115
7	17.5	214	510 USD	545



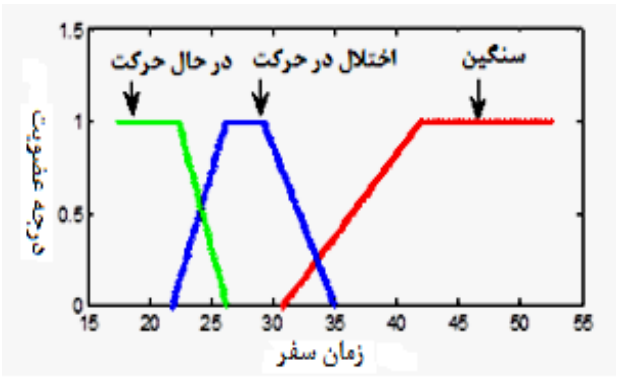
شکل 2: سیستم فازی برای سرعت



شکل 3: زمان سفر فازی برای خط 1 تندرو



شکل 4: زمان سفر فازی برای خط 4 تندرو



شکل 5: زمان سفر فازی برای خط 7 تندرو

4- بحث و نتیجه گیری

در این مقاله یک راهکار دو فازی برای تولید توابع عضویت فازی در مسائلی که پارامترهای مسئله با عدم قطعیت مواجه هستند ارائه شد. در فاز اول تخمین محمل عدد فازی با استفاده از یک الگوریتم SA بدست آمد. برای انتخاب پارامتر مناسب دما دو تابع کاهش دما در این مقاله ارائه شده است که نتایج محاسباتی مقاله نشان می دهد که تابع پیشنهادی در مقایسه با توابع موجود در ادبیات مسئله تعداد تکرارهای الگوریتم SA را برای رسیدن به

www.kahrobaonline.ir

بهینه کاهش داده و باعث بهبود قابل ملاحظه سرعت اجرای الگوریتم می شود. در فاز دوم با توجه به ماهیت مسائل کاربردی و مزیت های اعداد فازی مثلثی و ذوزنقه ای، توپولوژی این اعداد برای شکل عدد فازی پیشنهاد شد که محتمل ترین حالت آن با نظر خبرگانی انتخاب می شود. بکار بردن الگوریتم های ابتکاری و فراابتکاری دیگر و همچنین، ارائه راهکارهای مستند برای انتخاب شکل عدد فازی به عنوان زمینه های آتی پژوهش معرفی می شود.

5- پی نوشت ها

1. Support
2. Fuzzy partitioning problem
3. Simulated annealing algorithm
4. Mutual information
5. Core

6- مراجع

[1] Makrehchi M., Kamel M. S., An information theoretic approach to generating fuzzy hypercubes for if-then classifiers. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 22(2011), 33-52.

[2] Ghatee M., Niksirat M., A Hopfield neural network applied to the fuzzy maximum cut problem under credibility measure, Information Sciences, 229 (2013) 77–93.

[3] Lee C.C., Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller- PartI, II, IEEE Transactions on Systems, man and Cybernetics, 20 (1990) 404–432.

[4] Medasani, S., Kim, J., & Krishnapuram, R. , An overview of membership function generation techniques for pattern recognition. International Journal of approximate reasoning, 19(1998) 391-417.

[5] Wijayasekara, D., & Manic, M. Data driven fuzzy membership function generation for increased understandability. In Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE), 2014 IEEE International Conference on (pp. 133-140). IEEE.

[6] Raj, D., Gupta, A., Garg, B., Tanna, K., & Rhee, F. C. H. , Analysis of Data Generated from Multidimensional Type-1 and Type-2 Fuzzy Membership Functions. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 26(2018) 681-693.

[7] Kaufmann, M., Meier, A., & Stoffel, K. (2015). IFC-Filter: Membership function generation for inductive fuzzy classification. Expert Systems with Applications, 42(21), 8369-8379.

[8] Liao, T. W., A procedure for the generation of interval type-2 membership functions from data. Applied Soft Computing, 52(2017) 925-936.

[9] Geman S., Geman D., Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Baysian restoration of images, IEEE Transcation on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 6 (1984) 721-741.

[10] Jalali S., Boyce J.F., Determination of optimal general edge detectors by global minimization of a cost function, Image Vision Computing, 13 (1995) 683-693.

[11] Kirkpatrick S., Gelatt Jr. C.D., Vecchi M.P., Optimization by simuted annealing, Science, 220 (1983) 671-680.

[12] Lin J.-S., Liu M., Huang N.-F., The shortest path computation in MOSPF protocol using an annealed Hopfield neural network with a new cooling schedule, Information Sciences, 129 (2000) 17-30.

[13] Ghodratnama A., Torabi S. A., Tavakkoli-Moghaddam R., Credibility-based fuzzy programming models to solve the budget-constrained flexible flow line problem, Iranian journal of fuzzy systems, 9 (2012) 1-29.